

**Reelle Algebra und Einführung  
in die  $\mathfrak{o}$ -Minimalität**

Blatt 3

Abgabe: 11.06.2020, 11Uhr

**Aufgabe 1** (5 Punkte).

Zeige, dass jeder nicht-triviale Ringhomomorphismus  $F : K \rightarrow L$  reell abgeschlossener Körper ordnungstreu ist, das heißt,

$$a \leq b \text{ in } K \iff F(a) \leq F(b) \text{ in } L.$$

**Aufgabe 2** (5 Punkte).

Sei  $P$  eine Präordnung auf dem Körper  $K$ . Zeige, dass es (mindestens) einen reell abgeschlossenen Oberkörper  $L$  von  $K$  so gibt, dass  $P \subset L^2 \cap K$ . Ist die Körpererweiterung  $K \subset L$  immer transzendent?

Insbesondere lässt sich jeder reelle Körper in einen reell abgeschlossenen Körper einbetten.

**Aufgabe 3** (6 Punkte).

Zeige, dass sich die Klasse reell abgeschlossener Körper in der Ringsprache  $\{0, 1, +, -, \cdot\}$  axiomatisieren lässt.

Besitzt die Theorie RCF reell abgeschlossener Körper Quantorenelimination in der Ringsprache  $\{0, 1, +, -, \cdot\}$ ?

**Hinweis:** Galois.

---

DIE ÜBUNGSBLÄTTER KÖNNEN ZU ZWEIT EINGEREICHT WERDEN (BITTE ALLE NAMEN EINTRAGEN!) ABGABE DER ÜBUNGSBLÄTTER IM ILIAS ALS EINE EINZIGE PDF-DATEI.